

2020年度
学術フロンティア講義
「数理工学のすすめ」

<https://www.keisu.t.u-tokyo.ac.jp/>

工学部計数工学科
数理情報工学コース
郡 宏

連絡先: kori@mist.i.u-tokyo.ac.jp (計数工学科・郡宏・教授)



数理情報工学とは

数理情報学の理念

- 数学をベースに,
 - コンピュータの使用を前提とした,
 - 個別対象分野によらず, 工学諸分野, 医療, 経済, 社会など幅広い分野における
 - 普遍的な概念や原理の提案および系統的な方法論の開発
- を目指す.

毎週木曜日5限（16：50～18：35）

教室：駒場1号館104号室

回	月 日	担当教員	講義テーマ
1	4月 9日	郡 宏 教授	数理工学のすすめガイダンス +動的現象のモデリング入門
2	4月16日	郡 宏 教授	数理工学のすすめガイダンス +動的現象のモデリング入門 (第1回と同じ内容)
3	4月23日	縫田光司 准教授	秘密計算: データを隠したままで分析するには
4	4月30日	清 智也 准教授	計算代数統計
5	5月 7日	清 智也 准教授	計算代数統計
6	5月14日	平井広志 准教授	組合せ最適化入門
7	5月21日	平井広志 准教授	組合せ最適化入門
8	6月 4日	谷川真一 准教授	計算幾何入門
9	6月11日	谷川真一 准教授	計算幾何入門
10	6月18日	山西健司 教授	機械学習の数理
11	6月25日	山西健司 教授	機械学習の数理
12	7月 2日	佐藤一宏 講師	連続最適化と制御器設計
13	7月 9日	佐藤一宏 講師	連続最適化と制御器設計

成績:前半 2 件, 後半 2 件の計 4 件のレポートと, 出席状況

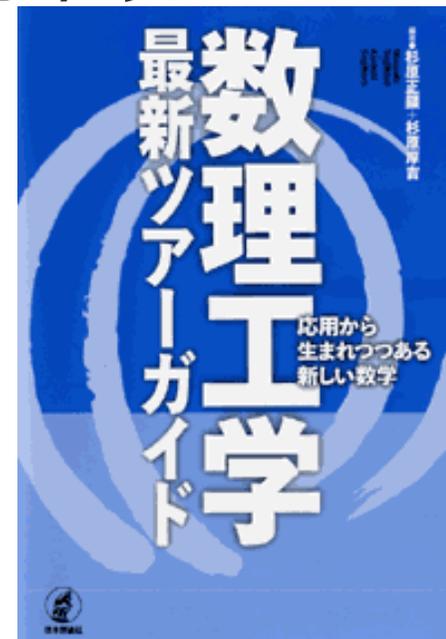


数理情報工学コースの特徴

I. 世界的にも数少ない工学における共通技術を教育・研究する組織

II. 新しい分野の創始

(例: 脳科学の数理, 情報幾何学, 劣モジュラー解析, 超ロバスト算法, 離散凸解析)



主要な分野

➤ I. 分野によらない共通の数理的技術・方法論を研究する分野

➤ 数理モデリング, 数理計画法, 最適化, OR, 確率統計解析, 数値解析, 計算数理, 幾何数理

➤ II. 従来の個別対象分野には入らない分野
(数理工学から育った分野)

➤ 脳科学, 情報理論・暗号, Web科学, 金融工学, 機械学習, データマイニング

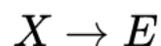
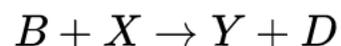
動的現象のモデリング入門

- 複雑な自然・社会・経済・人工現象を理解、予測、制御するためには数理モデルが不可欠
- どのようにシステムをモデリングするのか、そして解析するのか？
- いくつかの具体例を用いて解説します
 - 生態系
 - 機械系
 - 化学反応系
 - 遺伝子制御反応系

モデリングと解析の流れ

(化学反応系を例に)

反応式



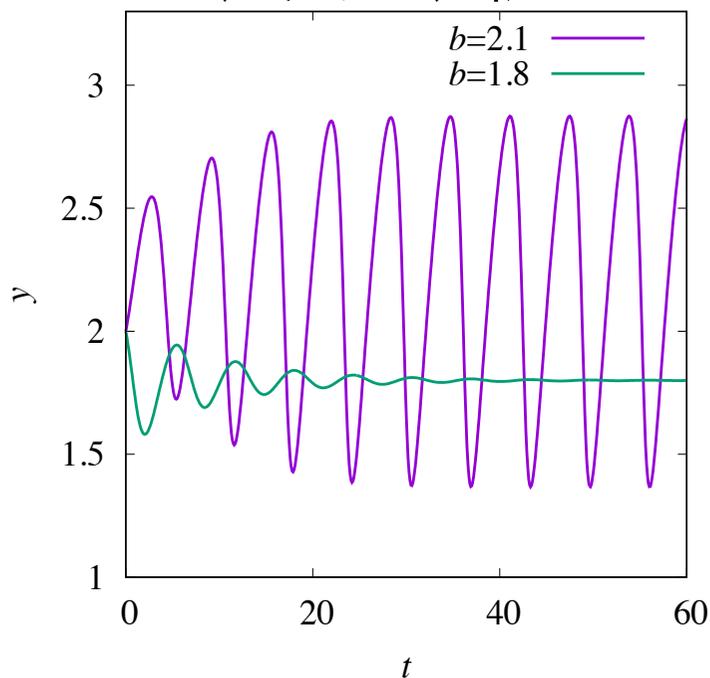
化学物質濃度の発展方程式

$$\frac{dx}{dt} = a + x^2 y - bx - x$$

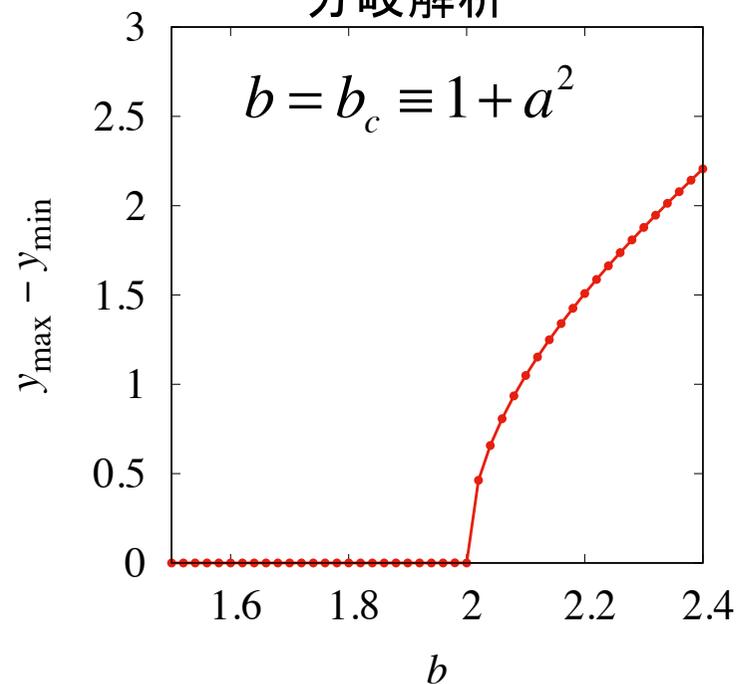
$$\frac{dy}{dt} = bx - x^2 y$$

where a, b are constants

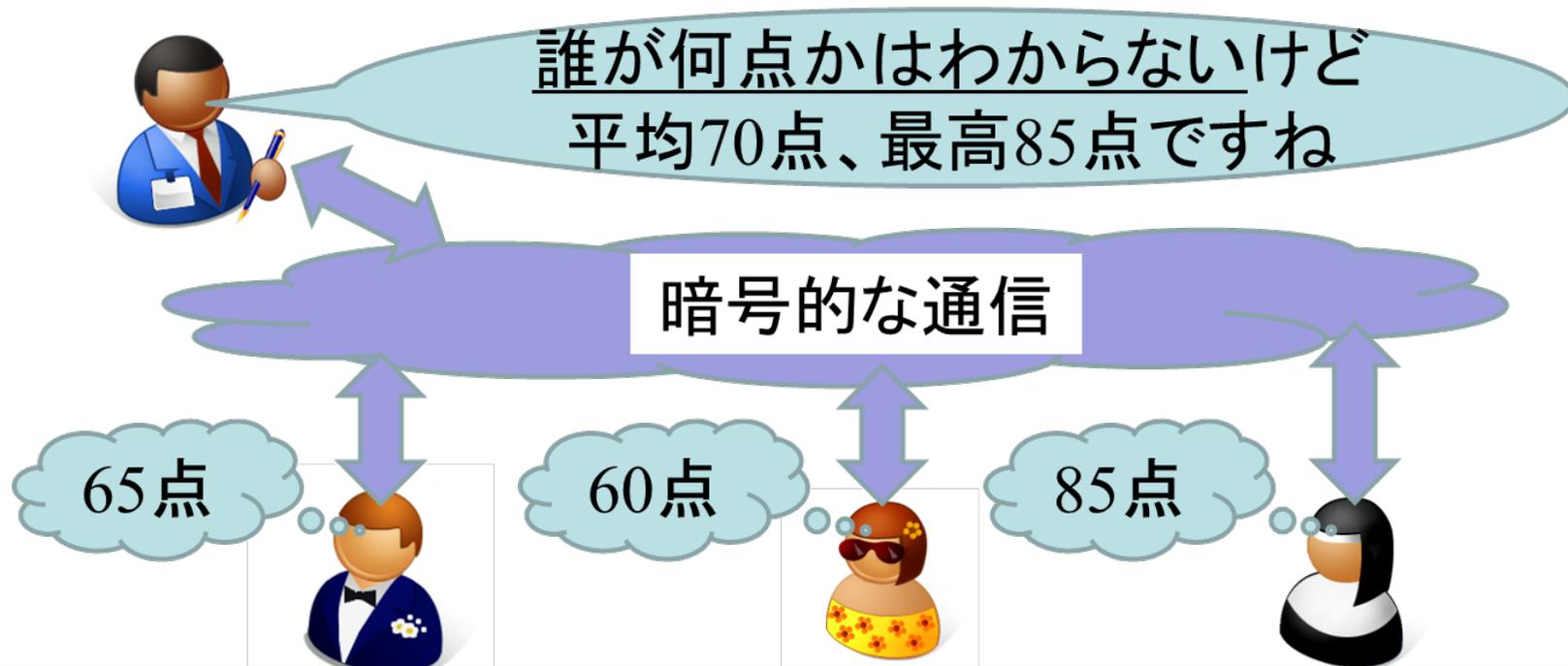
シミュレーション



分岐解析



秘密計算： データを隠したままで分析するには



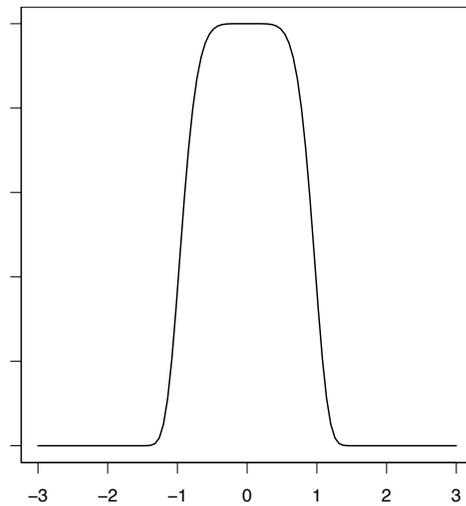
本講義では
数学的原理（秘密分散、準同型暗号）と
具体的応用事例（医療、遺伝子治療、知的財産活用）
についてお話しします

計算代数統計

- 統計学において、パラメータ付き積分の計算がときどき必要になります。

$$Z(\theta) = \int_{\Omega} f(x, \theta) dx$$

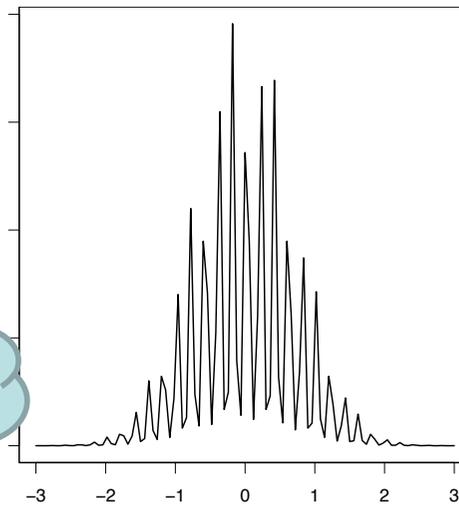
- これをうまく計算するホロノミック勾配法について説明します。



積分しやすい関数



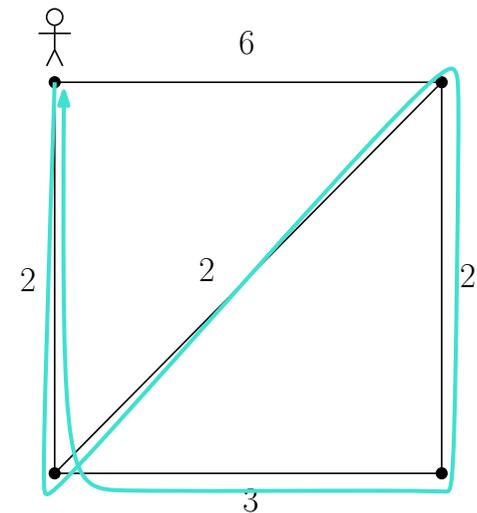
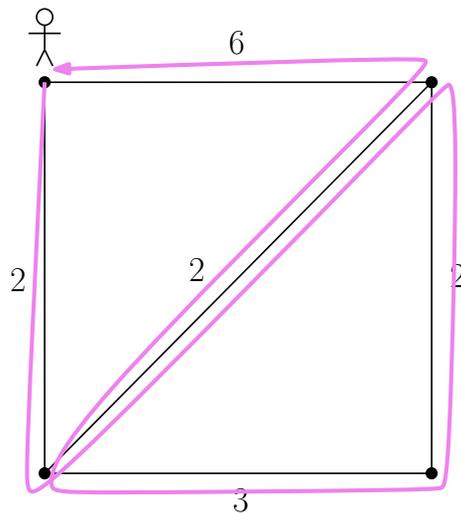
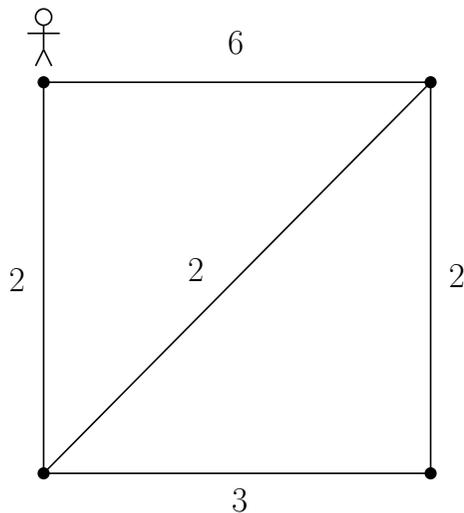
抽象代数



積分しにくい関数

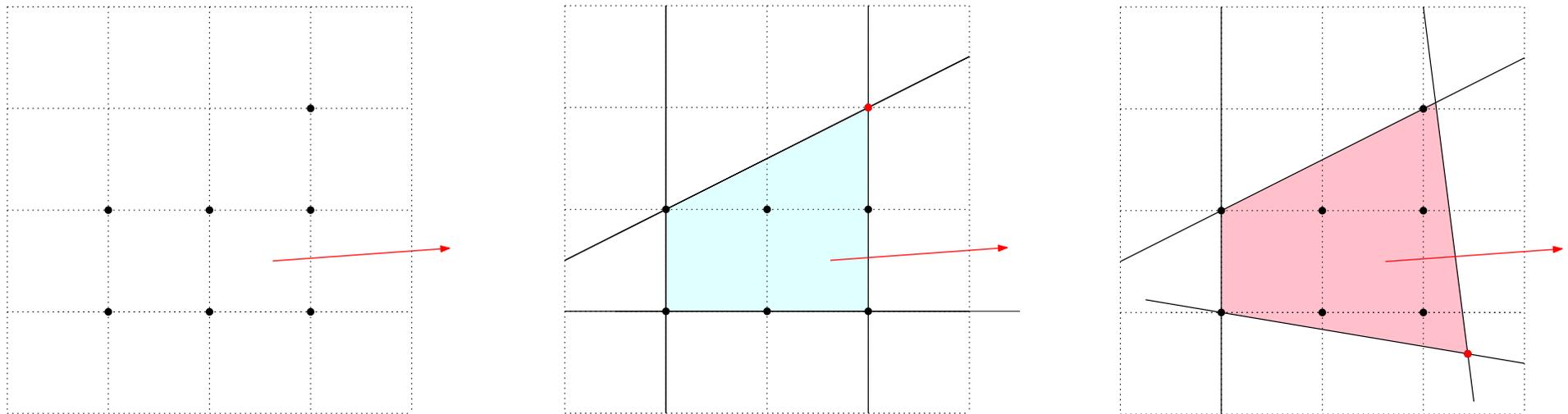
組合せ最適化入門

- **組合せ論 + 最適化** : 多数の組合せの中でベストなものは？
 - グラフ最適化(最短路、最大流、ネットワーク設計など)
 - スケジューリング、施設配置問題、割当問題
- 解きやすい問題と解きにくい問題
 - 郵便配達 (一筆描き) vs 巡回セールスマン
 - 最小カット vs 最大カット



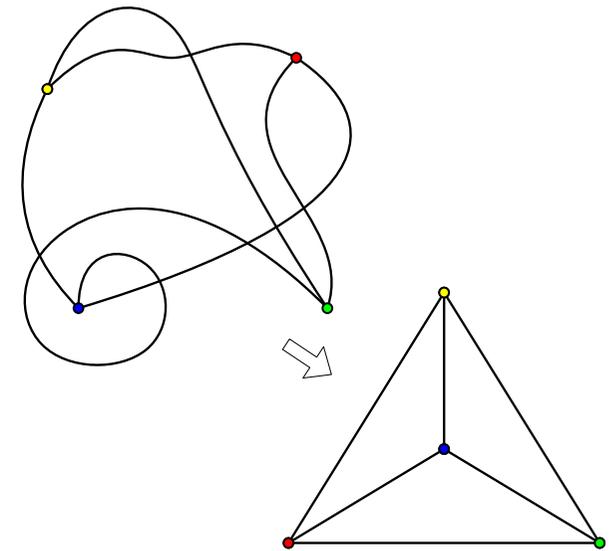
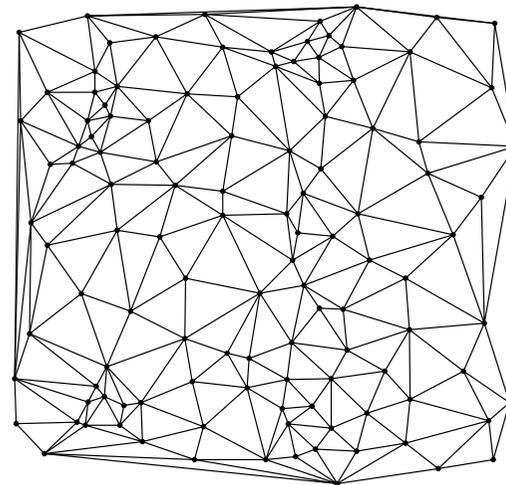
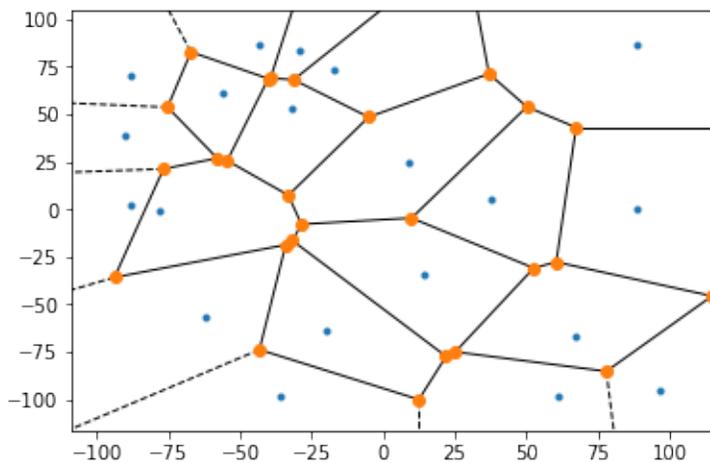
組合せ最適化入門

- 離散の問題を連続の世界から眺める
 - 整数計画と連続緩和
 - 近似精度 \asymp 多面体の整数性 \asymp 整数行列の代数構造



計算幾何入門

- **計算幾何学**: 幾何的な計算問題に対する効率的アルゴリズムの設計理論
 - ボロノイ図(勢力図)の計算
 - 「性質の良い」三角形メッシュの生成
 - 配線図や路線図(グラフ)の無交差描画

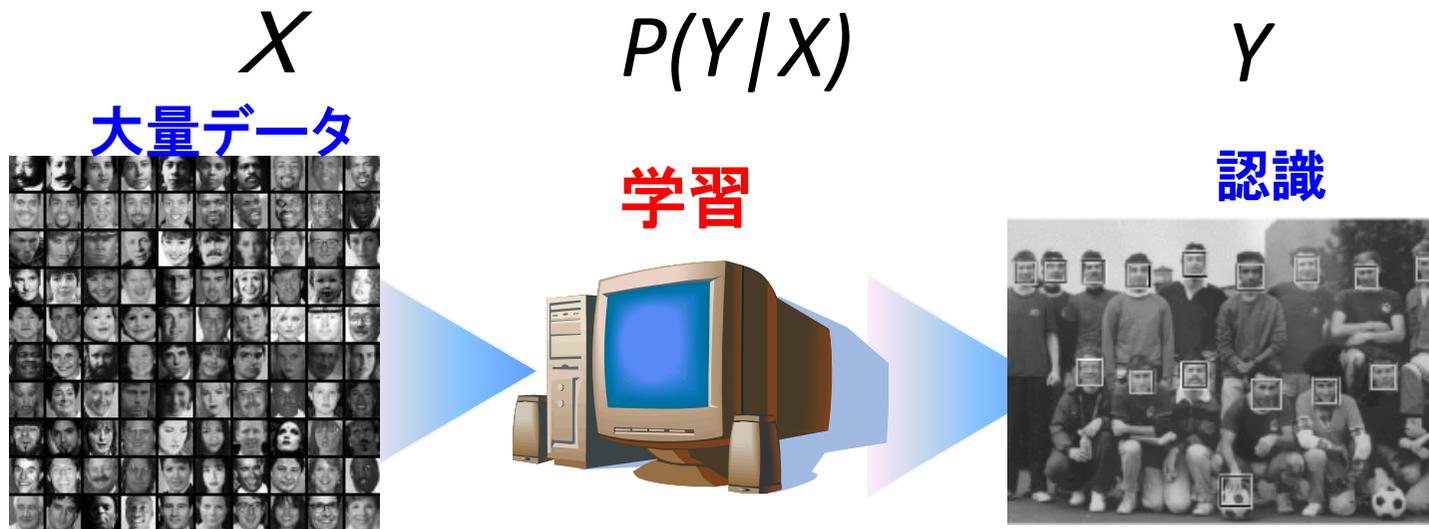


本講義では、工学における幾何的計算問題の幾つかの例題とその解法について紹介します。

機械学習・データマイニングの数理

機械学習・データマイニングとは....

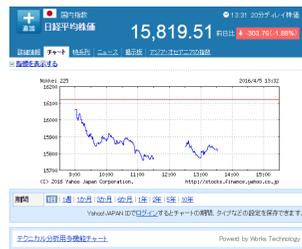
大量のデータに潜む知識を獲得し、将来に向けて活用すること



様々な応用



遺伝子解析



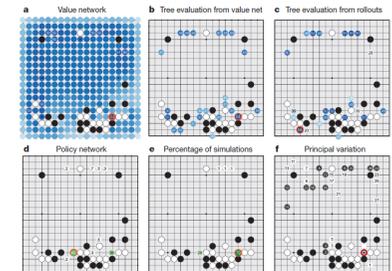
株価解析



自動運転



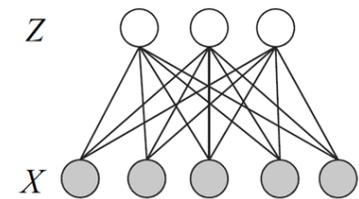
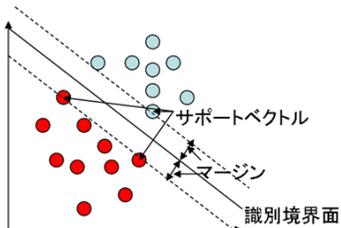
音声認識



囲碁 13

機械学習・データマイニングの数理

本講義では機械学習の基礎概念、様々な基礎手法を紹介します



特徴選択
Feature Selection

分類
Classification

クラスタリング
Clustering

予測
Prediction

可視化
Visualization

補完/推薦
Recommendation

相関分析
Association Rule



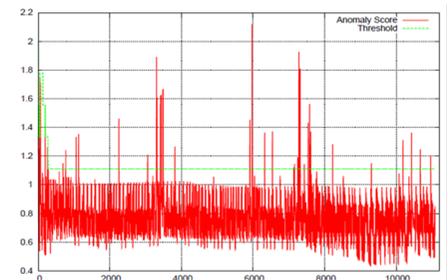
$Z=1$
1, 3, 4

$Z=2$
2, 5, 6

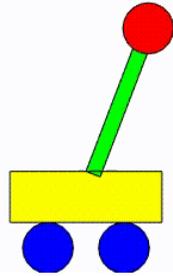
$X^{N \times N} =$

	1	3	4	2	5	6
1	-	1	0	0	0	0
3	1	-	1	0	0	0
4	0	1	-	0	0	0
2	0	0	0	-	1	1
5	0	0	0	1	-	1
6	0	0	0	1	1	-

異常検知
Anomaly Detection



連続最適化と制御器設計



台車に載った倒立振子を
このように立たせるには？

台車を1回横に押すだけだと**不安定**なので立たずに倒れる。



台車の数理モデルを

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$x(t)$: 状態

$u(t)$: 入力

と書いたときに、**不安定**だというのは A の**固有値**の中に
実部がゼロ以上になるものが存在するということ。



$u(t)$ を適切に設計して**安定化**させたい(このとき図のように立つ)



半正定値計画問題という連続最適化問題を解くことで可能！

授業では上のことを詳しく説明します。